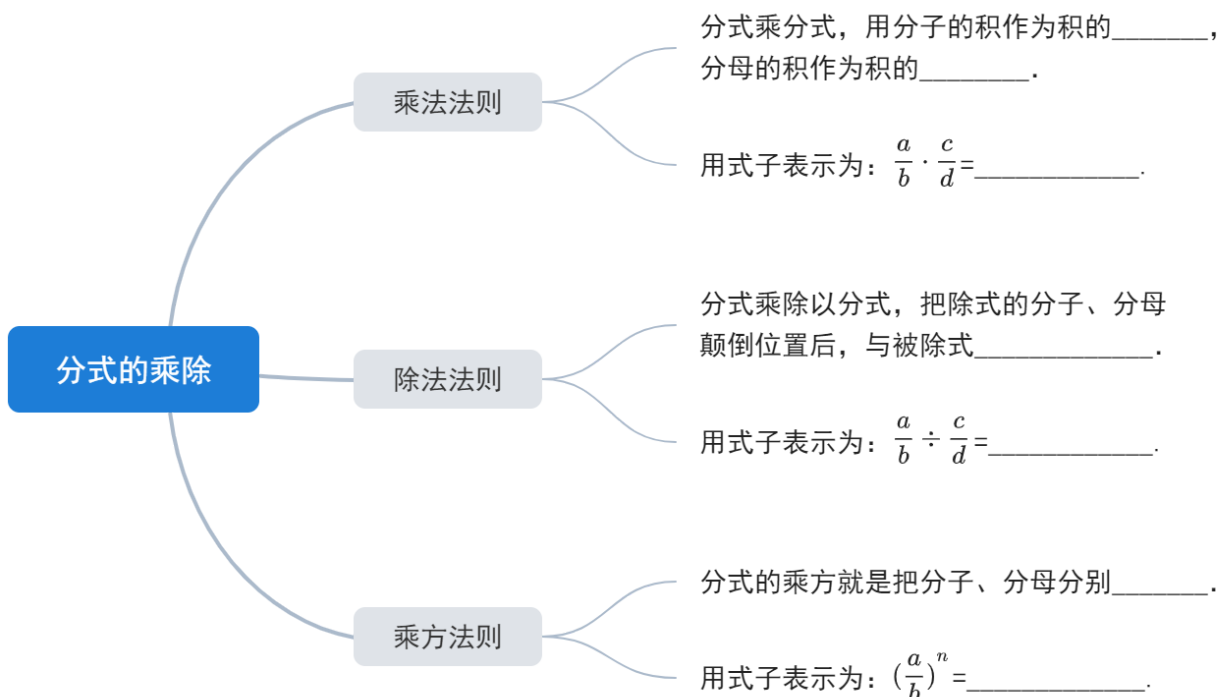


第2讲分式的计算

一、分式的乘除



【备注】 1、分式乘法法则：分式乘分式，用分子的积作为积的**分子**，分母的积作为积的**分母**。

用式子表示为： $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$ 。

2、分式除法法则：分式乘除以分式，把除式的分子、分母颠倒位置后，与被除式**相乘**。

用式子表示为： $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$ 。

分式的乘除法与分数的乘除法类似，分式的乘除法都能统一成乘法，遇除化乘。

3、分式乘方法则：分式的乘方就是把分子、分母分别**乘方**。

用式子表示为： $(\frac{a}{b})^n = \frac{a^n}{b^n}$ ，其中 n 是正整数。

$$(\frac{2a^2b}{-c^3d^2})^3 = \frac{(2a^2b)^3}{(-c^3d^2)^3} = -\frac{8a^6b^3}{c^9d^6}。$$

书写分式的乘方时，一定要把分式加上括号。在计算同时含有分式乘方、乘除运算，应先算乘方，再算乘除，有多项式时应先分解因式，再计算。

【注意】

(1)分式与分式相乘时

①若分子、分母都是**单项式**，则可先将分子、分母分别**相乘**，然后约去**公因式**，化为**最简分式**；②若分子、分母是**多项式**，则先**分解因式**，能约分的先**约分**，然后再相乘。

(2)当整式与分式相乘时，要把整式看作是分母为“1”的分式．

(3)分式除以分式，可以先确定商的符号，再转化为分式的乘法．

1. 分子、分母为单项式

栗子1

1. 计算： $\frac{4x^2}{3y} \cdot \frac{3y}{x^3} = \underline{\hspace{2cm}}$ ．

【备注】分子分母均为单项式的乘法，直接进行约分

【答案】 $\frac{4}{x}$

【解析】
$$\begin{aligned}\frac{4x^2}{3y} \cdot \frac{3y}{x^3} &= \frac{12x^2y}{3x^3y} \\ &= \frac{4}{x}.\end{aligned}$$

【标注】【知识点】分式乘法运算

2. 计算： $\frac{ab^3}{2c^2} \div \frac{-5a^2b^2}{4cd}$ ．

【备注】分子分母均为单项式的除法，先转化为乘法再进行约分

【答案】 $\frac{2bd}{(-5ac)}$ ．

【标注】【知识点】分式乘除混合运算

3. 计算： $\left(\frac{-3m^3}{n^2}\right)^2$

【备注】分子分母均要运算，注意利用积的乘方计算

【答案】 $\frac{9m^6}{n^4}$ ．

【解析】略．

【标注】【知识点】积的乘方

4. 计算： $\left(\frac{a^2b}{-cd^3}\right)^3 \div \frac{2a}{d^3} \cdot \left(\frac{c}{2a}\right)^2$ ．

【备注】

分式乘除的综合运算，可利用练习册的题目进行补充

【答案】 $-\frac{a^3b^3}{8cd^6}$.

【解析】 原式 $= -\frac{a^6b^3}{c^3d^9} \cdot \frac{d^3}{2a} \cdot \frac{c^2}{4a^2} = -\frac{a^3b^3}{8cd^6}$

【标注】 【知识点】 分式乘除混合运算

2. 分子、分母为多项式

栗子2

5. 计算 $\frac{x^2y}{x-y} \cdot \frac{x-y}{xy}$ 的结果为 () .

A. x

B. $\frac{y}{x}$

C. y

D. $\frac{1}{x}$

【备注】 分式乘法，直接进行约分，比较基础

【答案】 A

【解析】 $\frac{x^2y}{x-y} \cdot \frac{x-y}{xy} = \frac{x \cdot xy}{x-y} \cdot \frac{x-y}{xy} = x$,
故选A .

【标注】 【知识点】 分式乘法运算

6. 计算： $\frac{4a+4b}{5ab} \cdot \frac{15a^2b}{a^2-b^2}$.

【备注】 分式乘法，先进行因式分解，再进行约分运算

【答案】 $\frac{12a}{a-b}$.

【解析】 原式 $= \frac{4(a+b)}{5ab} \cdot \frac{15a^2b}{(a+b)(a-b)} = \frac{12a}{a-b}$.

【标注】 【知识点】 分式乘除混合运算

7. 化简 $\frac{x^2-1}{x} \div \frac{x+1}{x}$ 的结果 () .

A. $x-1$

B. x

C. $\frac{1}{x}$

D. $\frac{1}{x-1}$

【备注】 分式除法，先转化成乘法，再进行因式分解，最后约分计算

【答案】 A

【解析】 原式 = $\frac{(x+1)(x-1)}{x} \cdot \frac{x}{x+1}$
 $= x - 1$.
 故选A.

【标注】【知识点】分式乘除混合运算

8. 计算： $\frac{a-1}{a^2-4a+4} \div \frac{a^2-1}{a^2-4}$.

【备注】与第7题解法相同，注意分子、分母均要进行因式分解

【答案】 $\frac{a+2}{(a-2)(a+1)}$.

【解析】 原式 = $\frac{a-1}{(a-2)^2} \times \frac{(a+2)(a-2)}{(a+1)(a-1)}$
 $= \frac{+2}{(a-2)(a+1)}$
 $= \frac{a+2}{a^2-a-2}$.

【标注】【知识点】分式乘除混合运算

栗子3

9. 计算 $\frac{2x}{5x-3} \div \frac{3}{25x^2-9} \cdot \frac{x}{5x+3}$ 的结果为 ().

A. $\frac{2x^2}{3}$

B. $\frac{(5x+3)^2}{3}$

C. $\frac{2x}{5x-3}$

D. $\frac{2x}{15x-9}$

【备注】分式乘除法的混合运算，按照顺序进行计算

【答案】 A

【解析】 原式 = $\frac{2x}{5x-3} \times \frac{(5x-3)(5x+3)}{3} \times \frac{x}{5x+3}$
 $= \frac{2x}{3} \times x$
 $= \frac{2x^2}{3}$.
 故选A.

【标注】【知识点】分式乘除混合运算

10. 计算.

(1) $\frac{a^2-81}{a^2+6a+9} \div \frac{9-a}{2a+6} \cdot \frac{a+3}{a+9}$.

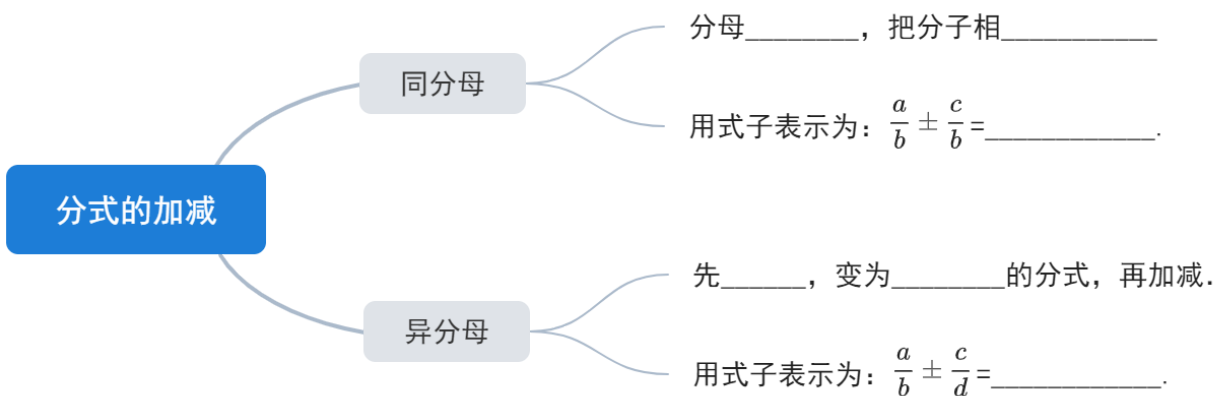
【备注】解答题，可规范一下过程

【答案】(1) -2 .

【解析】(1) 原式 $= \frac{(a+9)(a-9)}{(a+3)^2} \cdot \frac{2(a+3)}{9-a} \cdot \frac{a+3}{a+9}$
 $= -2$.

【标注】【知识点】分式乘除、乘方混合运算

二、分式的加减



【备注】分式的加减法则：

(1) 同分母分式相加减，分母不变，把分子相加减；

用分子表示为： $\frac{a}{b} \pm \frac{c}{b} = \frac{a \pm c}{b}$.

(2) 异分母分式相加减，先通分，变为同分母的分式，再加减.

用式子表示为： $\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{ad}{bd} \pm \frac{bc}{bd} = \frac{ad \pm bc}{bd}$.

1. 同分母分式相加减

栗子4

11. 计算 $\frac{a+3}{a} - \frac{3}{a}$ 的结果是 ().

A. $\frac{a+6}{a}$

B. $\frac{a-6}{a}$

C. $\frac{1}{a}$

D. 1

【备注】同分母分式的减法，直接对分子进行运算

【答案】D

【解析】 $\frac{a+3}{a} - \frac{3}{a} = \frac{a+3-3}{a} = 1$,

故选：D.

【标注】【知识点】分式减法运算

12. 化简 $\frac{a^2}{a-b} - \frac{b^2}{a-b}$ 的结果是 () .

A. $a+b$

B. a

C. $a-b$

D. b

【备注】同分母分式的减法，分子进行运算后仍要进行因式分解，再进行约分

【答案】A

【解析】原式 = $\frac{a^2-b^2}{a-b} = \frac{(a+b)(a-b)}{a-b} = a+b$.

【标注】【知识点】分式约分

2. 异分母分式相加减

栗子5

13. 化简 $\frac{x^2}{x-1} + \frac{1}{1-x}$ 的结果是 () .

A. $x+1$

B. $\frac{1}{x+1}$

C. $x-1$

D. $\frac{x}{x-1}$

【备注】分母互为相反数，先提负号，再把分子相加，再约分化简

【答案】A

【解析】原式 = $\frac{x^2}{x-1} - \frac{1}{x-1} = \frac{x^2-1}{x-1} = \frac{(x+1)(x-1)}{x-1} = x+1$.

【标注】【知识点】分式加法运算

14. 计算 $\frac{3x}{(x-1)^2} - \frac{3}{(1-x)^2}$ 的结果为 () .

A. 3

B. -3

C. $\frac{3}{1-x}$

D. $\frac{3}{x-1}$

【备注】分母是两个互为相反数的多项式的平方，其结果相同，要转化为同分母的问题

【答案】D

【解析】 $\frac{3x}{(x-1)^2} - \frac{3}{(1-x)^2} = \frac{3x-3}{(x-1)^2} = \frac{3}{x-1}$.

【标注】【知识点】分式加减、乘除、乘方混合运算



栗子6

15. 计算 $\frac{a}{a^2-b^2} - \frac{1}{a-b}$ 的结果为 () .

A. b

B. $-b$

C. $\frac{b}{a-b}$

D. $-\frac{b}{a^2-b^2}$

【备注】 先对分母进行因式分解，找到最简公分母，再进行通分运算

【答案】 D

【解析】 原式 $= \frac{a-(a+b)}{(a+b)(a-b)}$
 $= \frac{-b}{a^2-b^2}$.

故选D .

【标注】 【知识点】 分式加减、乘除、乘方混合运算

16. 化简 $\frac{x^2+2xy+y^2}{x^2-y^2} - \frac{y}{x-y}$ 的结果是 () .

A. $\frac{x}{x-y}$

B. $\frac{y}{x+y}$

C. $\frac{x}{x+y}$

D. $\frac{y}{x-y}$

【备注】 注意先对 $\frac{x^2+2xy+y^2}{x^2-y^2}$ 分子、分母部分进行因式分解，再约分，再进行加减运算，不要盲目通分整理

【答案】 A

【解析】 $\frac{x^2+2xy+y^2}{x^2-y^2} - \frac{y}{x-y}$
 $= \frac{(x+y)^2}{(x+y)(x-y)} - \frac{y}{x-y}$
 $= \frac{x+y}{x-y} - \frac{y}{x-y}$
 $= \frac{x+y-y}{x-y}$
 $= \frac{x}{x-y}$.

故选：A .

【标注】 【知识点】 分式加减、乘除、乘方混合运算

17. 计算： $\frac{x^2-y^2}{x+y} - \frac{4x(x-y)+y^2}{2x-y}$.

【备注】 分母没有公因式，两分母乘积即为最简公分母

【答案】 $-x$.

【解析】

$$\begin{aligned}
 \text{原式} &= x - y - \frac{(2x - y)^2}{2x - y} \\
 &= x - y - 2x + y \\
 &= -x .
 \end{aligned}$$

【标注】【知识点】分式约分

3. 混合运算

栗子7

18. 化简： $\left(1 + \frac{1}{x-2}\right) \div \frac{x-x^2}{x-2}$.

【备注】按照运算顺序进行运算，注意1可以看做是分母为1再进行通分整理

【答案】 $-\frac{1}{x}$.

【解析】原式 $= \frac{x-1}{x-2} \cdot \frac{x-2}{-x(x-1)}$
 $= -\frac{1}{x}$.

【标注】【知识点】分式乘除混合运算

19. 解答下列各题 .

(1) $\left(a + 1 - \frac{3}{a-1}\right) \div \frac{a+2}{2a-2}$.

【备注】与18题技巧相同，注意 $a+1$ 也要看做分母为1再进行通分

【答案】(1) $2a + 4$.

【解析】(1) 原式 $= \left(\frac{a^2-1}{a-1} - \frac{3}{a-1}\right) \div \frac{a+2}{2(a-1)}$
 $= \frac{a^2-4}{a-1} \times \frac{2(a-1)}{a+2}$
 $= \frac{(a-2)(a+2)}{a-1} \times \frac{2(a-1)}{a+2}$
 $= 2(a+2)$
 $= 2a + 4$.

【标注】【知识点】分式乘除混合运算

三、负整数指数幂

负整数指数幂： $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ ($n \neq 0$, n 为正整数)，即任何不等于零的数的 $-n$ (n 为正整数) 次幂，等于这个数的 n 次幂的倒数。

【备注】 若 m, n 为正整数, $a \neq 0$, 则 $a^m \div a^{m+n} = \frac{a^m}{a^m \cdot a^n} = \frac{1}{a^n}$.
 又因为 $a^m \div a^{m+n} = a^{m-(m+n)} = a^{-n}$ 所以 $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$.

栗子8

20. 计算： $(-2)^{-2} = \underline{\hspace{2cm}}$.

【备注】 易错题，注意计算后的正负

【答案】 $\frac{1}{4}$

【解析】 $(-2)^{-2} = \frac{1}{(-2)^2} = \frac{1}{4}$.

【标注】 【知识点】负整数指数幂

21. 计算： $\left(\frac{-2a^2b}{3c}\right)^{-2}$.

【备注】 字母的负指数幂，注意字母指数为负时要写成分数形式

【答案】 $\frac{9c^2}{4a^4b^2}$.

【解析】 $\left(\frac{-2a^2b}{3c}\right)^{-2}$
 $= \frac{1}{\left(\frac{-2a^2b}{3c}\right)^2}$
 $= \frac{1}{\frac{4a^4b^2}{9c^2}}$
 $= \frac{9c^2}{4a^4b^2}$.

【标注】 【知识点】负整数指数幂

栗子9

22. 计算： $-4(a^2b^{-1})^2 \div 8ab^2 = \underline{\hspace{2cm}}$.

【备注】 混合运算，比较基础

【答案】 $-\frac{a^3}{2b^4}$

【解析】 原式 $= -4a^4b^{-2} \div 8ab^2 = -\frac{1}{2}a^3b^{-4} = -\frac{a^3}{2b^4}$,
故答案为 : $-\frac{a^3}{2b^4}$.

【标注】【知识点】分式加减、乘除、乘方混合运算

23. 计算 (使结果不含负指数)

$$\begin{aligned} (1) & \frac{2ab^{-2}}{a^{-1}b^3} \cdot \frac{3a^{-1}b^{-2}}{ab^{-1}} \div \left(-\frac{b}{a}\right)^{-4} . \\ (2) & (4m^2n^{-3})^{-2} \div \left(-\frac{1}{2}m^2n^{-1}\right)^{-3} . \end{aligned}$$

【备注】 混合计算 , 题目易错 , 可通过练习册补充练习

【答案】 (1) $\frac{6}{a^4b^2}$.
(2) $-\frac{m^2n^3}{128}$.

【标注】【知识点】负整数指数幂